

EVALUATION OF RELIABILITY OF A SERIES-PARALLEL CONFIGURATION BY USING PROBABILITY TREE ANALYSIS

Dr. M. GAYATHRI

Assistant Professor

Department of Mathematics

Government First Grade College, Varthur, Bangalore, Karnataka, India

ABSTRACT:

Reliability networks containing six independent and non-identical units are studied with the aid of probability tree approach. Independent unit network configuration such as series-parallel network is analyzed. Expressions for system reliability, open mode and short mode failure probability are developed.

Keywords: Reliability, Open mode, Short mode

1. INTRODUCTION:

A device is said to have three states if it operates satisfactorily in its normal mode and fails in either short or open modes. Three-state devices can be arranged in redundant configurations such as series-parallel arrangements. Redundancy can generally be used to increase the reliability of a system without any change in the reliability of the individual devices that form the system. However, in the case of a system comprising three-state devices, redundancy may either increase or decrease the system reliability. This depends upon the dominant mode of component failure, configuration of the system and the number of redundant components.

In a probability tree, the number of links in each from its origin to its termination point represents the number of units or devices in the network. The total number of paths in a three-state device probability tree is given by 3^n , where n represents the number of units (i.e., three state devices), in a network. The success, open and short (closed) mode of each unit (i.e., three-state device) is assigned a conditional probability. The outcome of each unit is represented by the branching limbs of the probability tree. The total probability of system success is obtained by summing up the associated probabilities with the end point of the success path through the probability tree diagram. Similarly, the system open and short mode failure probabilities can also be obtained from the probability tree diagram.

2. NOTATIONS

The following symbols were used to develop the probability tree analysis

N_i	Denotes the normal mode (i.e., success) of the i th unit (i.e., i th path link success)
O_i	Denotes the open mode failure state of the i th unit (i.e., i th path link failure)
S_i	Denotes the short (closed) mode failure state of the i th unit (i.e., i th path link failure)
P_i	Probability of being in state N_i
Q_{oi}	Probability of being in state O_i
Q_{si}	Probability of being in state S_i

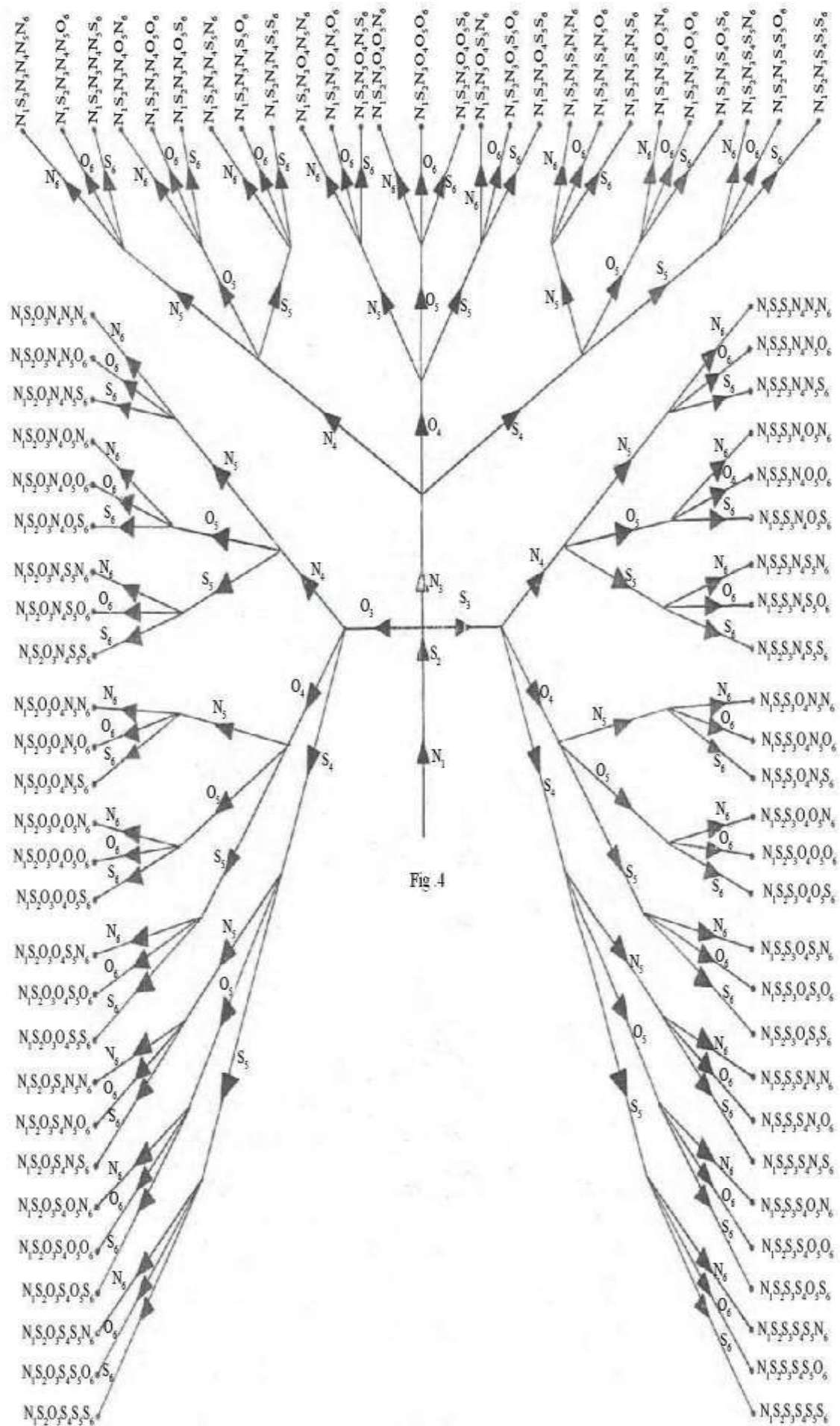


Fig. 4

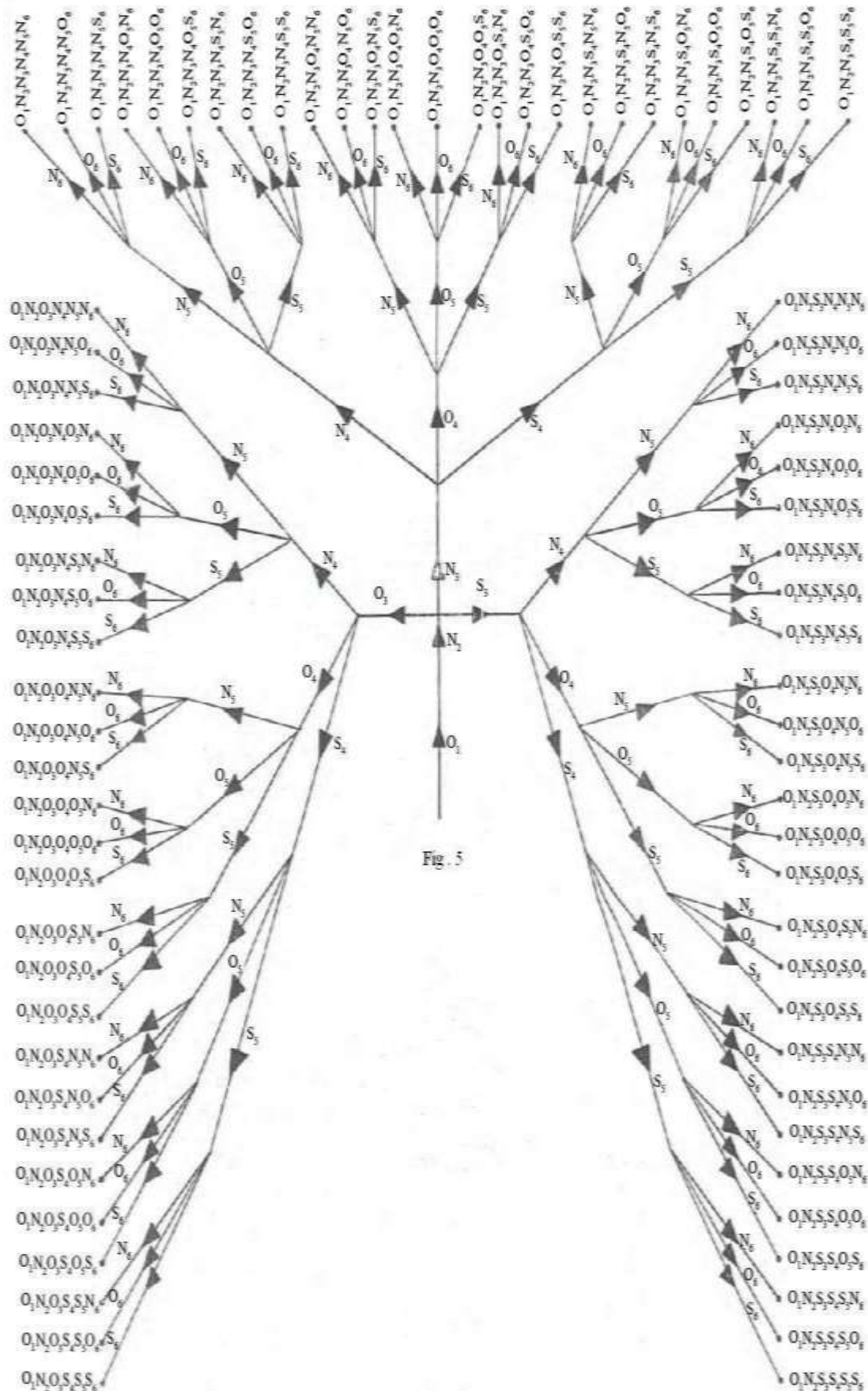


Fig. 5

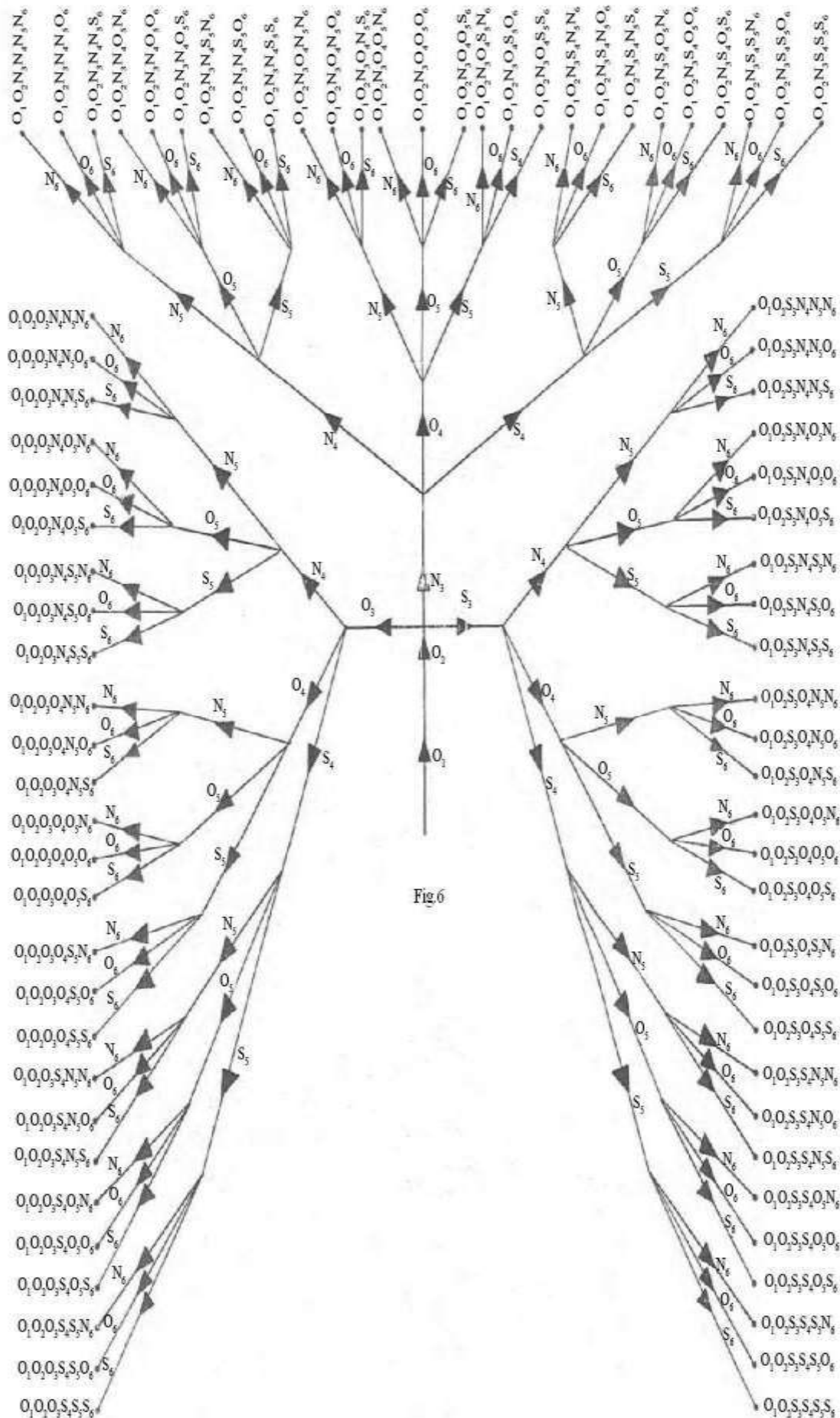
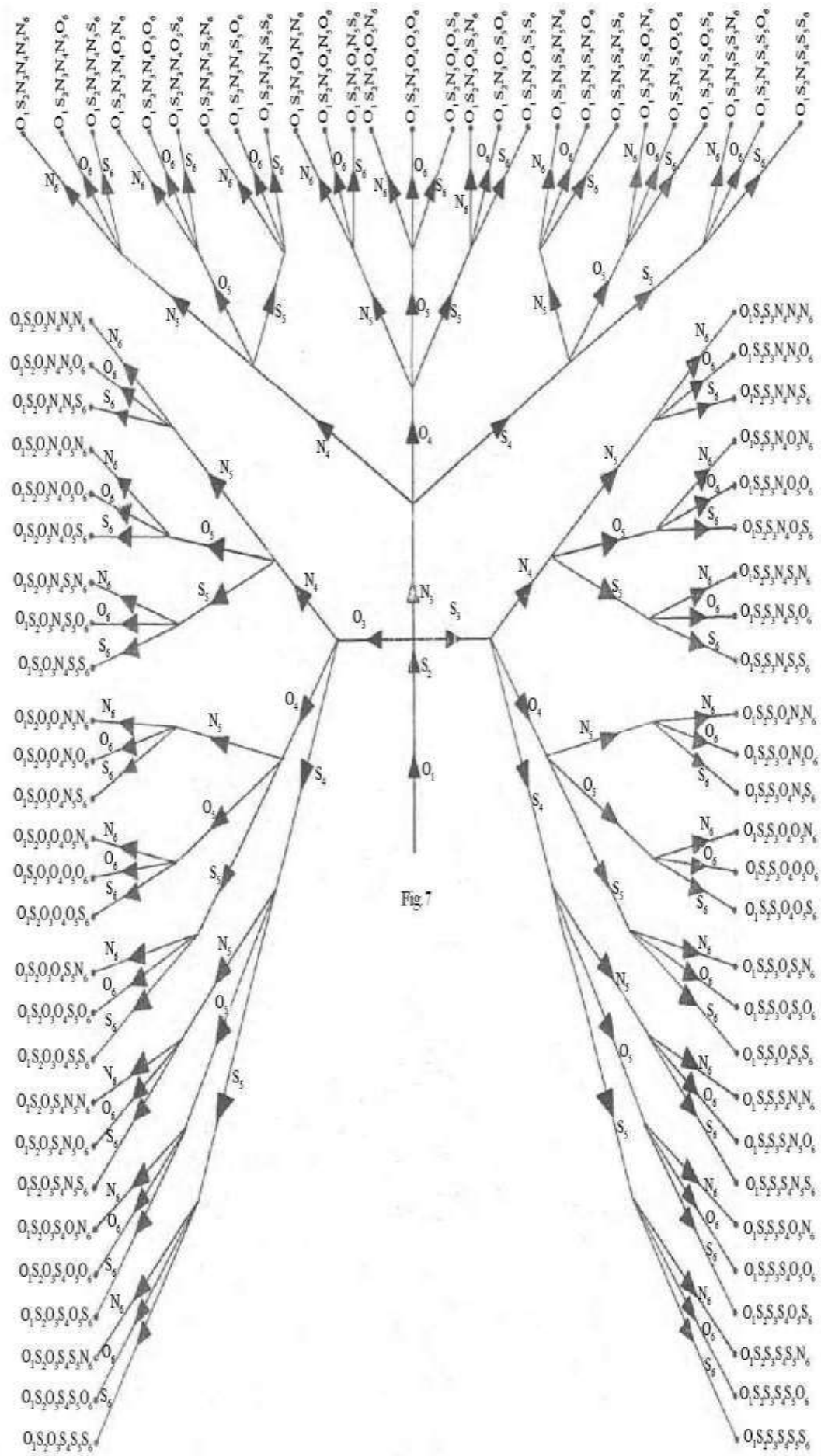


Fig 6



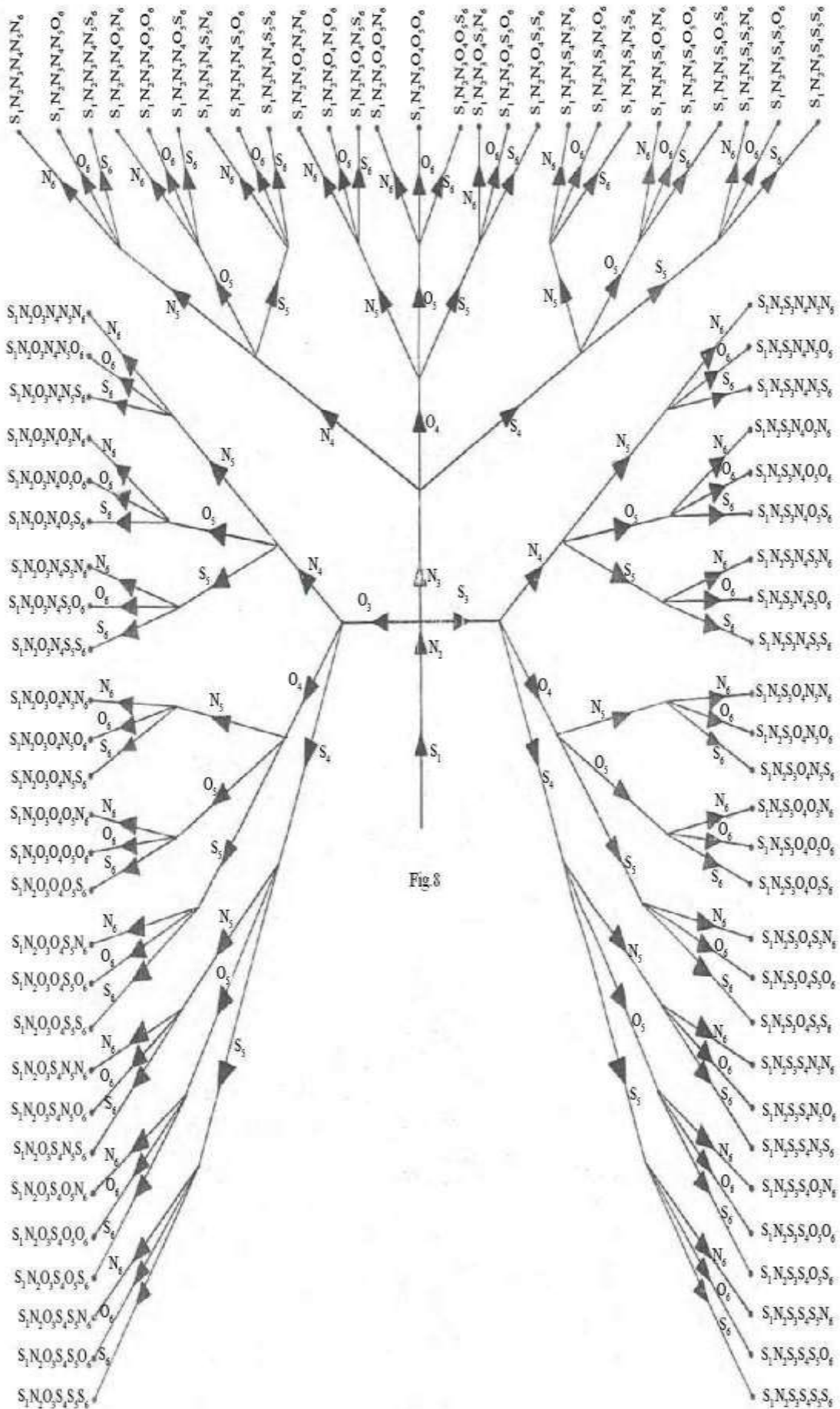


Fig 8

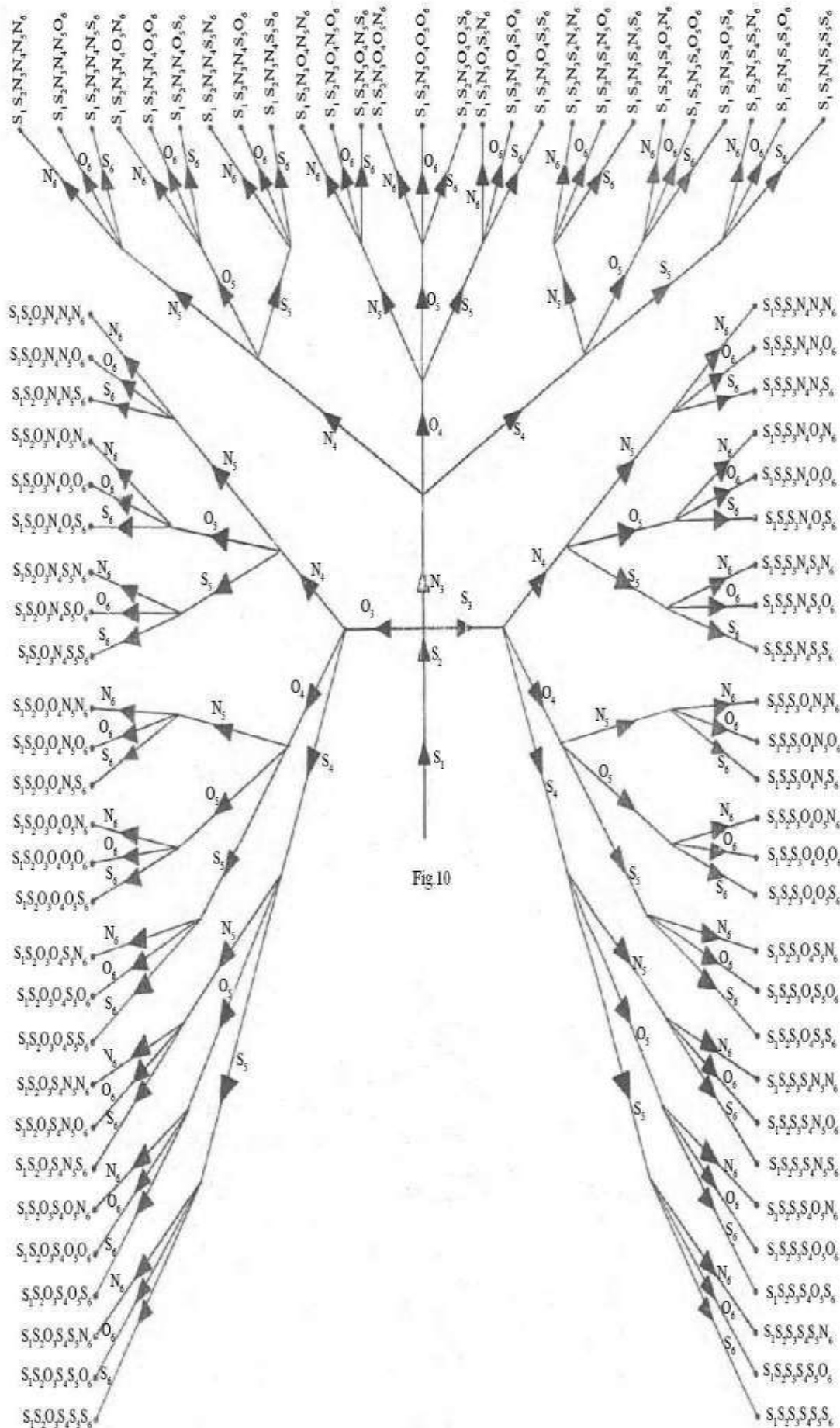


Fig 10

4. SERIES – PARALLEL CONFIGURATION:

A six independent and non identical unit series – parallel network is shown figure 11.

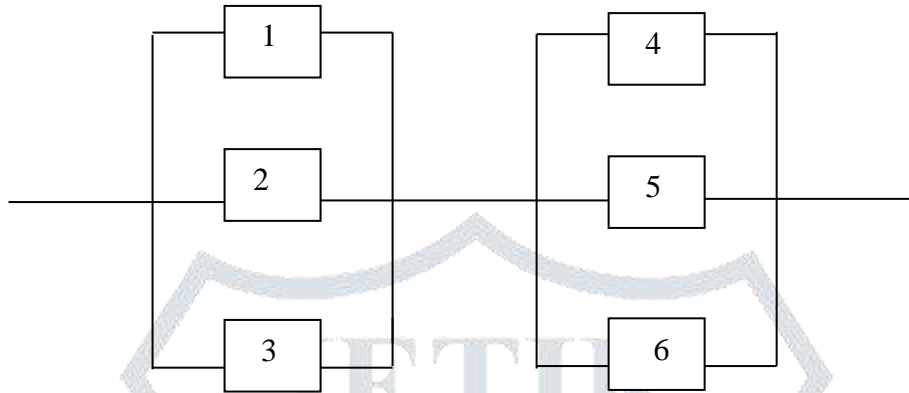


Fig. 11 A six-unit series – parallel network

The six independent and non – identical unit three state device series – parallel network success paths are

$N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6$; $N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 O_6$; $N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 S_6$; $N_1 N_2 N_3 N_4 O_5 N_6$; $N_1 N_2 N_3 N_4 O_5 O_6$;
 $N_1 N_2 N_3 N_4 O_5 S_6$; $N_1 N_2 N_3 N_4 S_5 N_6$; $N_1 N_2 N_3 N_4 S_5 O_6$; $N_1 N_2 N_3 N_4 S_5 S_6$; $N_1 N_2 N_3 O_4 N_5 N_6$;
 $N_1 N_2 N_3 O_4 N_5 O_6$; $N_1 N_2 N_3 O_4 N_5 S_6$; $N_1 N_2 N_3 O_4 O_5 N_6$; $N_1 N_2 N_3 O_4 O_5 S_6$; $N_1 N_2 N_3 O_4 S_5 N_6$;
 $N_1 N_2 N_3 O_4 S_5 O_6$; $N_1 N_2 N_3 O_4 S_5 S_6$; $N_1 N_2 N_3 S_4 N_5 N_6$; $N_1 N_2 N_3 S_4 N_5 O_6$; $N_1 N_2 N_3 S_4 N_5 S_6$;
 $N_1 N_2 N_3 S_4 O_5 N_6$; $N_1 N_2 N_3 S_4 O_5 O_6$; $N_1 N_2 N_3 S_4 O_5 S_6$; $N_1 N_2 N_3 S_4 S_5 N_6$; $N_1 N_2 N_3 S_4 S_5 O_6$;
 $N_1 N_2 N_3 S_4 S_5 S_6$; $N_1 N_2 O_3 N_4 N_5 N_6$; $N_1 N_2 O_3 N_4 N_5 O_6$; $N_1 N_2 O_3 N_4 N_5 S_6$; $N_1 N_2 O_3 N_4 O_5 N_6$;
 $N_1 N_2 O_3 N_4 O_5 O_6$; $N_1 N_2 O_3 N_4 O_5 S_6$; $N_1 N_2 O_3 N_4 S_5 N_6$; $N_1 N_2 O_3 N_4 S_5 O_6$; $N_1 N_2 O_3 N_4 S_5 S_6$;
 $N_1 N_2 O_3 O_4 N_5 N_6$; $N_1 N_2 O_3 O_4 N_5 O_6$; $N_1 N_2 O_3 O_4 N_5 S_6$; $N_1 N_2 O_3 O_4 O_5 N_6$; $N_1 N_2 O_3 O_4 O_5 S_6$;
 $N_1 N_2 O_3 O_4 S_5 N_6$; $N_1 N_2 O_3 O_4 S_5 O_6$; $N_1 N_2 O_3 O_4 S_5 S_6$; $N_1 N_2 O_3 S_4 N_5 N_6$; $N_1 N_2 O_3 S_4 N_5 O_6$;
 $N_1 N_2 O_3 S_4 N_5 S_6$; $N_1 N_2 O_3 S_4 O_5 N_6$; $N_1 N_2 O_3 S_4 O_5 O_6$; $N_1 N_2 O_3 S_4 O_5 S_6$; $N_1 N_2 O_3 S_4 S_5 N_6$;
 $N_1 N_2 O_3 S_4 S_5 O_6$; $N_1 N_2 O_3 S_4 S_5 S_6$; $N_1 N_2 S_3 N_4 N_5 N_6$; $N_1 N_2 S_3 N_4 N_5 O_6$; $N_1 N_2 S_3 N_4 O_5 N_6$;
 $N_1 N_2 S_3 N_4 O_5 O_6$; $N_1 N_2 S_3 O_4 N_5 N_6$; $N_1 N_2 S_3 O_4 N_5 O_6$; $N_1 N_2 S_3 O_4 O_5 N_6$; $N_1 O_2 N_3 N_4 N_5 N_6$;
 $N_1 O_2 N_3 N_4 N_5 O_6$; $N_1 O_2 N_3 N_4 N_5 S_6$; $N_1 O_2 N_3 N_4 O_5 N_6$; $N_1 O_2 N_3 N_4 O_5 O_6$; $N_1 O_2 N_3 N_4 O_5 S_6$;

$O_2 N_3 N_4 S_5 N_6$; $N_1 O_2 N_3 N_4 S_5 O_6$; $N_1 O_2 N_3 N_4 S_5 S_6$; $N_1 O_2 N_3 O_4 N_5 N_6$; $N_1 O_2 N_3 O_4 N_5 O_6$;
 $N_1 O_2 N_3 O_4 N_5 S_6$; $N_1 O_2 N_3 O_4 O_5 N_6$; $N_1 O_2 N_3 O_4 O_5 S_6$; $N_1 O_2 N_3 O_4 S_5 N_6$; $N_1 O_2 N_3 O_4 S_5 O_6$;
 $N_1 O_2 N_3 O_4 S_5 S_6$; $N_1 O_2 N_3 S_4 N_5 N_6$; $N_1 O_2 N_3 S_4 N_5 O_6$; $N_1 O_2 N_3 S_4 N_5 S_6$; $N_1 O_2 N_3 S_4 O_5 N_6$;
 $N_1 O_2 N_3 S_4 O_5 O_6$; $N_1 O_2 N_3 S_4 O_5 S_6$; $N_1 O_2 N_3 S_4 S_5 N_6$; $N_1 O_2 N_3 S_4 S_5 O_6$; $N_1 O_2 N_3 S_4 S_5 S_6$;
 $O_2 O_3 N_4 N_5 N_6$; $N_1 O_2 O_3 N_4 N_5 O_6$; $N_1 O_2 O_3 N_4 N_5 S_6$; $N_1 O_2 O_3 N_4 O_5 N_6$; $N_1 O_2 O_3 N_4 O_5 O_6$;
 $N_1 O_2 O_3 N_4 O_5 S_6$; $N_1 O_2 O_3 N_4 S_5 N_6$; $N_1 O_2 O_3 N_4 S_5 O_6$; $N_1 O_2 O_3 N_4 S_5 S_6$; $N_1 O_2 O_3 O_4 N_5 N_6$;
 $N_1 O_2 O_3 O_4 N_5 O_6$; $N_1 O_2 O_3 O_4 N_5 S_6$; $N_1 O_2 O_3 O_4 O_5 N_6$; $N_1 O_2 O_3 O_4 O_5 S_6$; $N_1 O_2 O_3 O_4 S_5 N_6$;
 $N_1 O_2 O_3 O_4 S_5 O_6$; $N_1 O_2 O_3 O_4 S_5 S_6$; $N_1 O_2 O_3 S_4 N_5 N_6$; $N_1 O_2 O_3 S_4 N_5 O_6$; $N_1 O_2 O_3 S_4 N_5 S_6$;
 $N_1 O_2 O_3 S_4 O_5 N_6$; $N_1 O_2 O_3 S_4 O_5 O_6$; $N_1 O_2 O_3 S_4 O_5 S_6$; $N_1 O_2 O_3 S_4 S_5 N_6$; $N_1 O_2 O_3 S_4 S_5 O_6$;
 $N_1 O_2 O_3 S_4 S_5 S_6$; $N_1 O_2 S_3 N_4 N_5 N_6$; $N_1 O_2 S_3 N_4 N_5 O_6$; $N_1 O_2 S_3 N_4 O_5 N_6$; $N_1 O_2 S_3 N_4 O_5 O_6$;
 $N_1 O_2 S_3 O_4 N_5 N_6$; $N_1 O_2 S_3 O_4 N_5 O_6$; $N_1 O_2 S_3 O_4 O_5 N_6$; $N_1 S_2 N_3 N_4 N_5 N_6$; $N_1 S_2 N_3 N_4 N_5 O_6$;
 $N_1 S_2 N_3 N_4 O_5 N_6$; $N_1 S_2 N_3 N_4 O_5 O_6$; $N_1 S_2 N_3 O_4 N_5 N_6$; $N_1 S_2 N_3 O_4 N_5 O_6$; $N_1 S_2 N_3 O_4 O_5 N_6$;
 $N_1 S_2 O_3 N_4 N_5 N_6$; $N_1 S_2 O_3 N_4 N_5 O_6$; $N_1 S_2 O_3 N_4 O_5 N_6$; $N_1 S_2 O_3 N_4 O_5 O_6$; $N_1 S_2 O_3 O_4 N_5 N_6$;
 $N_1 S_2 O_3 O_4 N_5 O_6$; $N_1 S_2 O_3 O_4 O_5 N_6$; $N_1 S_2 S_3 N_4 N_5 N_6$; $N_1 S_2 S_3 N_4 N_5 O_6$; $N_1 S_2 S_3 N_4 O_5 N_6$;
 $N_1 S_2 S_3 N_4 O_5 O_6$; $N_1 S_2 S_3 O_4 N_5 N_6$; $N_1 S_2 S_3 O_4 N_5 O_6$; $N_1 S_2 S_3 O_4 O_5 N_6$; $O_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6$;
 $O_1 N_2 N_3 N_4 N_5 O_6$; $O_1 N_2 N_3 N_4 N_5 S_6$; $O_1 N_2 N_3 N_4 O_5 N_6$; $O_1 N_2 N_3 N_4 O_5 O_6$; $O_1 N_2 N_3 N_4 O_5 S_6$;
 $O_1 N_2 N_3 N_4 S_5 N_6$; $O_1 N_2 N_3 N_4 S_5 O_6$; $O_1 N_2 N_3 N_4 S_5 S_6$; $O_1 N_2 N_3 O_4 N_5 N_6$; $O_1 N_2 N_3 O_4 N_5 O_6$;
 $O_1 N_2 N_3 O_4 N_5 S_6$; $O_1 N_2 N_3 O_4 O_5 N_6$; $O_1 N_2 N_3 O_4 O_5 S_6$; $O_1 N_2 N_3 O_4 S_5 N_6$; $O_1 N_2 N_3 O_4 S_5 O_6$;
 $O_1 N_2 N_3 O_4 S_5 S_6$; $O_1 N_2 N_3 S_4 N_5 N_6$; $O_1 N_2 N_3 S_4 N_5 O_6$; $O_1 N_2 N_3 S_4 N_5 S_6$; $O_1 N_2 N_3 S_4 O_5 N_6$;
 $O_1 N_2 N_3 S_4 O_5 O_6$; $O_1 N_2 N_3 S_4 O_5 S_6$; $O_1 N_2 N_3 S_4 S_5 N_6$; $O_1 N_2 N_3 S_4 S_5 O_6$; $O_1 N_2 N_3 S_4 S_5 S_6$;
 $O_1 N_2 O_3 N_4 N_5 N_6$; $O_1 N_2 O_3 N_4 N_5 O_6$; $O_1 N_2 O_3 N_4 N_5 S_6$; $O_1 N_2 O_3 N_4 O_5 N_6$; $O_1 N_2 O_3 N_4 O_5 O_6$;
 $O_1 N_2 O_3 N_4 O_5 S_6$; $O_1 N_2 O_3 N_4 S_5 N_6$; $O_1 N_2 O_3 N_4 S_5 O_6$; $O_1 N_2 O_3 N_4 S_5 S_6$; $O_1 N_2 O_3 O_4 N_5 N_6$;
 $O_1 N_2 O_3 O_4 N_5 O_6$; $O_1 N_2 O_3 O_4 N_5 S_6$; $O_1 N_2 O_3 O_4 O_5 N_6$; $O_1 N_2 O_3 O_4 O_5 S_6$; $O_1 N_2 O_3 O_4 S_5 N_6$;
 $O_1 N_2 O_3 O_4 S_5 O_6$; $O_1 N_2 O_3 O_4 S_5 S_6$; $O_1 N_2 O_3 S_4 N_5 N_6$; $O_1 N_2 O_3 S_4 N_5 O_6$; $O_1 N_2 O_3 S_4 N_5 S_6$;
 $O_1 N_2 O_3 S_4 O_5 N_6$; $O_1 N_2 O_3 S_4 O_5 O_6$; $O_1 N_2 O_3 S_4 O_5 S_6$; $O_1 N_2 O_3 S_4 S_5 N_6$; $O_1 N_2 O_3 S_4 S_5 O_6$

$O_1 N_2 O_3 S_4 S_5 S_6$; $O_1 N_2 S_3 N_4 N_5 N_6$; $O_1 N_2 S_3 N_4 N_5 O_6$; $O_1 N_2 S_3 N_4 O_5 N_6$; $O_1 N_2 S_3 N_4 O_5 O_6$;
 $O_1 N_2 S_3 O_4 N_5 N_6$; $O_1 N_2 S_3 O_4 N_5 O_6$; $O_1 N_2 S_3 O_4 O_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 N_4 N_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 N_4 N_5 O_6$;
 $O_1 O_2 N_3 N_4 N_5 S_6$; $O_1 O_2 N_3 N_4 O_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 N_4 O_5 O_6$; $O_1 O_2 N_3 N_4 O_5 S_6$; $O_1 O_2 N_3 N_4 S_5 N_6$;
 $O_1 O_2 N_3 N_4 S_5 O_6$; $O_1 O_2 N_3 N_4 S_5 S_6$; $O_1 O_2 N_3 O_4 N_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 O_4 N_5 O_6$; $O_1 O_2 N_3 O_4 N_5 S_6$;
 $O_1 O_2 N_3 O_4 O_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 O_4 O_5 S_6$; $O_1 O_2 N_3 O_4 S_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 O_4 S_5 O_6$; $O_1 O_2 N_3 O_4 S_5 S_6$;
 $O_1 O_2 N_3 S_4 N_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 S_4 N_5 O_6$; $O_1 O_2 N_3 S_4 N_5 S_6$; $O_1 O_2 N_3 S_4 O_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 S_4 O_5 O_6$;
 $O_1 O_2 N_3 S_4 O_5 S_6$; $O_1 O_2 N_3 S_4 S_5 N_6$; $O_1 O_2 N_3 S_4 S_5 O_6$; $O_1 O_2 N_3 S_4 S_5 S_6$; $O_1 O_2 S_3 N_4 N_5 N_6$;
 $O_1 O_2 S_3 N_4 N_5 O_6$; $O_1 O_2 S_3 N_4 O_5 N_6$; $O_1 O_2 S_3 N_4 O_5 O_6$; $O_1 O_2 S_3 O_4 N_5 N_6$; $O_1 O_2 S_3 O_4 N_5 O_6$;
 $O_1 O_2 S_3 O_4 O_5 N_6$; $O_1 S_2 N_3 N_4 N_5 N_6$; $O_1 S_2 N_3 N_4 N_5 O_6$; $O_1 S_2 N_3 N_4 O_5 N_6$; $O_1 S_2 N_3 N_4 O_5 O_6$;
 $O_1 S_2 N_3 O_4 N_5 N_6$; $O_1 S_2 N_3 O_4 N_5 O_6$; $O_1 S_2 N_3 O_4 O_5 N_6$; $O_1 S_2 O_3 N_4 N_5 N_6$; $O_1 S_2 O_3 N_4 N_5 O_6$;
 $O_1 S_2 O_3 N_4 O_5 N_6$; $O_1 S_2 O_3 N_4 O_5 O_6$; $O_1 S_2 O_3 O_4 N_5 N_6$; $O_1 S_2 O_3 O_4 N_5 O_6$; $O_1 S_2 O_3 O_4 O_5 N_6$;
 $O_1 S_2 S_3 N_4 N_5 N_6$; $O_1 S_2 S_3 N_4 N_5 O_6$; $O_1 S_2 S_3 N_4 O_5 N_6$; $O_1 S_2 S_3 N_4 O_5 O_6$; $O_1 S_2 S_3 O_4 N_5 N_6$;
 $O_1 S_2 S_3 O_4 N_5 O_6$; $O_1 S_2 S_3 O_4 O_5 N_6$; $S_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6$; $S_1 N_2 N_3 N_4 N_5 O_6$; $S_1 N_2 N_3 N_4 O_5 N_6$;
 $S_1 N_2 N_3 N_4 O_5 O_6$; $S_1 N_2 N_3 O_4 N_5 N_6$; $S_1 N_2 N_3 O_4 N_5 O_6$; $S_1 N_2 N_3 O_4 O_5 N_6$; $S_1 N_2 O_3 N_4 N_5 N_6$;
 $S_1 N_2 O_3 N_4 N_5 O_6$; $S_1 N_2 O_3 N_4 O_5 N_6$; $S_1 N_2 O_3 N_4 O_5 O_6$; $S_1 N_2 O_3 O_4 N_5 N_6$; $S_1 N_2 O_3 O_4 N_5 O_6$;
 $S_1 N_2 O_3 O_4 O_5 N_6$; $S_1 N_2 S_3 N_4 N_5 N_6$; $S_1 N_2 S_3 N_4 N_5 O_6$; $S_1 N_2 S_3 N_4 O_5 N_6$; $S_1 N_2 S_3 N_4 O_5 O_6$;
 $S_1 N_2 S_3 O_4 N_5 N_6$; $S_1 N_2 S_3 O_4 N_5 O_6$; $S_1 N_2 S_3 O_4 O_5 N_6$; $S_1 O_2 N_3 N_4 N_5 N_6$; $S_1 O_2 N_3 N_4 N_5 O_6$;
 $S_1 O_2 N_3 N_4 O_5 N_6$; $S_1 O_2 N_3 N_4 O_5 O_6$; $S_1 O_2 N_3 O_4 N_5 N_6$; $S_1 O_2 N_3 O_4 N_5 O_6$; $S_1 O_2 N_3 O_4 O_5 N_6$;
 $S_1 O_2 O_3 N_4 N_5 N_6$; $S_1 O_2 O_3 N_4 N_5 O_6$; $S_1 O_2 O_3 N_4 O_5 N_6$; $S_1 O_2 O_3 N_4 O_5 O_6$; $S_1 O_2 O_3 O_4 N_5 N_6$;
 $S_1 O_2 O_3 O_4 N_5 O_6$; $S_1 O_2 O_3 O_4 O_5 N_6$; $S_1 O_2 S_3 N_4 N_5 N_6$; $S_1 O_2 S_3 N_4 N_5 O_6$; $S_1 O_2 S_3 N_4 O_5 N_6$;
 $S_1 O_2 S_3 N_4 O_5 O_6$; $S_1 O_2 S_3 O_4 N_5 N_6$; $S_1 O_2 S_3 O_4 N_5 O_6$; $S_1 O_2 S_3 O_4 O_5 N_6$; $S_1 S_2 N_3 N_4 N_5 N_6$;
 $S_1 S_2 N_3 N_4 N_5 O_6$; $S_1 S_2 N_3 N_4 O_5 N_6$; $S_1 S_2 N_3 N_4 O_5 O_6$; $S_1 S_2 N_3 O_4 N_5 N_6$; $S_1 S_2 N_3 O_4 N_5 O_6$;
 $S_1 S_2 N_3 O_4 O_5 N_6$; $S_1 S_2 O_3 N_4 N_5 N_6$; $S_1 S_2 O_3 N_4 N_5 O_6$; $S_1 S_2 O_3 N_4 O_5 N_6$; $S_1 S_2 O_3 N_4 O_5 O_6$;
 $S_1 S_2 O_3 O_4 N_5 N_6$; $S_1 S_2 O_3 O_4 N_5 O_6$; $S_1 S_2 O_3 O_4 O_5 N_6$; $S_1 S_2 S_3 N_4 N_5 N_6$; $S_1 S_2 S_3 N_4 N_5 O_6$;
 $S_1 S_2 S_3 N_4 O_5 N_6$; $S_1 S_2 S_3 N_4 O_5 O_6$; $S_1 S_2 S_3 O_4 N_5 N_6$; $S_1 S_2 S_3 O_4 N_5 O_6$; $S_1 S_2 S_3 O_4 O_5 N_6$.

With the aid of the above success paths, the six independent and non-identical unit series-parallel network reliability is given by

$$\begin{aligned}
 R_{SP} = & p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 q_{06} + p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 q_{S6} + p_1 p_2 p_3 p_4 q_{05} p_6 + p_1 p_2 p_3 p_4 q_{05} q_{06} \\
 & + p_1 p_2 p_3 p_4 q_{05} q_{S6} + p_1 p_2 p_3 p_4 q_{S5} p_6 + p_1 p_2 p_3 p_4 q_{S5} q_{06} + p_1 p_2 p_3 p_4 q_{S5} q_{S6} + p_1 p_2 p_3 q_{04} p_5 p_6 \\
 & + p_1 p_2 p_3 q_{04} p_5 q_{06} + p_1 p_2 p_3 q_{04} p_5 q_{S6} + p_1 p_2 p_3 q_{04} q_{05} p_6 + p_1 p_2 p_3 q_{04} q_{05} q_{S6} + p_1 p_2 p_3 q_{04} q_{S5} p_6 \\
 & + p_1 p_2 p_3 q_{04} q_{S5} q_{06} + p_1 p_2 p_3 q_{04} q_{S5} q_{S6} + p_1 p_2 p_3 q_{S4} p_5 p_6 + p_1 p_2 p_3 q_{S4} p_5 q_{06} + p_1 p_2 p_3 q_{S4} p_5 q_{S6} \\
 & + p_1 p_2 p_3 q_{S4} q_{05} p_6 + p_1 p_2 p_3 q_{S4} q_{05} q_{06} + p_1 p_2 p_3 q_{S4} q_{05} q_{S6} + p_1 p_2 p_3 q_{S4} q_{S5} p_6 + p_1 p_2 p_3 q_{S4} q_{S5} q_{06} \\
 & + p_1 p_2 p_3 q_{S4} q_{S5} q_{S6} + p_1 p_2 q_{03} p_4 p_5 p_6 + p_1 p_2 q_{03} p_4 p_5 q_{06} + p_1 p_2 q_{03} p_4 p_5 q_{S6} + p_1 p_2 q_{03} p_4 q_{05} p_6 \\
 & + p_1 p_2 q_{03} p_4 q_{05} q_{06} + p_1 p_2 q_{03} p_4 q_{05} q_{S6} + p_1 p_2 q_{03} p_4 q_{S5} p_6 + p_1 p_2 q_{03} p_4 q_{S5} q_{06} + p_1 p_2 q_{03} p_4 q_{S5} q_{S6} \\
 & + p_1 p_2 q_{03} q_{04} p_5 p_6 + p_1 p_2 q_{03} q_{04} p_5 q_{06} + p_1 p_2 q_{03} q_{04} p_5 q_{S6} + p_1 p_2 q_{03} q_{04} q_{05} p_6 + p_1 p_2 q_{03} q_{04} q_{05} q_{S6} \\
 & + p_1 p_2 q_{03} q_{04} q_{S5} p_6 + p_1 p_2 q_{03} q_{04} q_{S5} q_{06} + p_1 p_2 q_{03} q_{04} q_{S5} q_{S6} + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} p_5 p_6 + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} p_5 q_{06} \\
 & + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} p_5 q_{S6} + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} q_{05} p_6 + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} q_{05} q_{06} + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} q_{05} q_{S6} + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} q_{S5} p_6 \\
 & + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} q_{S5} q_{06} + p_1 p_2 q_{03} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} p_4 p_5 p_6 + p_1 p_2 q_{S3} p_4 p_5 q_{06} + p_1 p_2 q_{S3} p_4 q_{05} p_6 \\
 & + p_1 p_2 q_{S3} p_4 q_{05} q_{06} + p_1 p_2 q_{S3} q_{04} p_5 p_6 + p_1 p_2 q_{S3} q_{04} p_5 q_{06} + p_1 p_2 q_{S3} q_{04} q_{05} p_6 + p_1 q_{02} p_3 p_4 p_5 p_6 \\
 & + p_1 q_{02} p_3 p_4 p_5 q_{06} + p_1 q_{02} p_3 p_4 p_5 q_{S6} + p_1 q_{02} p_3 p_4 q_{05} p_6 + p_1 q_{02} p_3 p_4 q_{05} q_{06} + p_1 q_{02} p_3 p_4 q_{05} q_{S6} \\
 & + p_1 q_{02} p_3 p_4 q_{S5} p_6 + p_1 q_{02} p_3 p_4 q_{S5} q_{06} + p_1 q_{02} p_3 p_4 q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{02} p_3 q_{04} p_5 p_6 + p_1 q_{02} p_3 q_{04} p_5 q_{06} \\
 & + p_1 q_{02} p_3 q_{04} p_5 q_{S6} + p_1 q_{02} p_3 q_{04} q_{05} p_6 + p_1 q_{02} p_3 q_{04} q_{05} q_{S6} + p_1 q_{02} p_3 q_{04} q_{S5} p_6 + p_1 q_{02} p_3 q_{04} q_{S5} q_{06} \\
 & + p_1 q_{02} p_3 q_{04} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} p_5 p_6 + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} p_5 q_{06} + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} p_5 q_{S6} + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} q_{05} p_6 \\
 & + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} q_{05} q_{06} + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} q_{05} q_{S6} + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} q_{S5} p_6 + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{06} + p_1 q_{02} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{S6} \\
 & + p_1 q_{02} q_{03} p_4 p_5 p_6 + p_1 q_{02} q_{03} p_4 p_5 q_{06} + p_1 q_{02} q_{03} p_4 p_5 q_{S6} + p_1 q_{02} q_{03} p_4 q_{05} p_6 + p_1 q_{02} q_{03} p_4 q_{05} q_{06} \\
 & + p_1 q_{02} q_{03} p_4 q_{05} q_{S6} + p_1 q_{02} q_{03} p_4 q_{S5} p_6 + p_1 q_{02} q_{03} p_4 q_{S5} q_{06} + p_1 q_{02} q_{03} p_4 q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{02} q_{03} q_{04} p_5 p_6 \\
 & + p_1 q_{02} q_{03} q_{04} p_5 q_{06} + p_1 q_{02} q_{03} q_{04} p_5 q_{S6} + p_1 q_{02} q_{03} q_{04} q_{05} p_6 + p_1 q_{02} q_{03} q_{04} q_{05} q_{S6} \\
 & + p_1 q_{02} q_{03} q_{04} q_{S5} p_6 + p_1 q_{02} q_{03} q_{04} q_{S5} q_{06} + p_1 q_{02} q_{03} q_{04} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{02} q_{03} q_{S4} p_5 p_6 \\
 & + p_1 q_{02} q_{03} q_{S4} p_5 q_{06} + p_1 q_{02} q_{03} q_{S4} p_5 q_{S6} + p_1 q_{02} q_{03} q_{S4} q_{05} p_6 + p_1 q_{02} q_{03} q_{S4} q_{05} q_{06}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + p_1 q_{02} q_{03} q_{s4} q_{05} q_{s6} + p_1 q_{02} q_{03} q_{s4} q_{s5} p_6 + p_1 q_{02} q_{03} q_{s4} q_{s5} q_{06} + p_1 q_{02} q_{03} q_{s4} q_{s5} q_{s6} \\
& + p_1 q_{02} q_{s3} p_4 p_5 p_6 + p_1 q_{02} q_{s3} p_4 p_5 q_{06} + p_1 q_{02} q_{s3} p_4 q_{05} p_6 + p_1 q_{02} q_{s3} p_4 q_{05} q_{06} + p_1 q_{02} q_{s3} q_{04} p_5 p_6 \\
& + p_1 q_{02} q_{s3} q_{04} p_5 q_{06} + p_1 q_{02} q_{s3} q_{04} q_{05} p_6 + p_1 q_{s2} p_3 p_4 p_5 p_6 + p_1 q_{s2} p_3 p_4 p_5 q_{06} \\
& + p_1 q_{s2} p_3 p_4 q_{05} p_6 + p_1 q_{s2} p_3 p_4 q_{05} q_{06} + p_1 q_{s2} p_3 q_{04} p_5 p_6 + p_1 q_{s2} p_3 q_{04} p_5 q_{06} + p_1 q_{s2} p_3 q_{04} q_{05} p_6 \\
& + p_1 q_{s2} q_{03} p_4 p_5 p_6 + p_1 q_{s2} q_{03} p_4 p_5 q_{06} + p_1 q_{s2} q_{03} p_4 q_{05} p_6 + p_1 q_{s2} q_{03} p_4 q_{05} q_{06} + p_1 q_{s2} q_{03} q_{04} p_5 p_6 \\
& + p_1 q_{s2} q_{03} q_{04} p_5 q_{06} + p_1 q_{s2} q_{03} q_{04} q_{05} p_6 + p_1 q_{s2} q_{s3} p_4 p_5 p_6 + p_1 q_{s2} q_{s3} p_4 p_5 q_{06} + p_1 q_{s2} q_{s3} p_4 q_{05} p_6 \\
& + p_1 q_{s2} q_{s3} p_4 q_{05} q_{06} + p_1 q_{s2} q_{s3} q_{04} p_5 p_6 + p_1 q_{s2} q_{s3} q_{04} p_5 q_{06} + p_1 q_{s2} q_{s3} q_{04} q_{05} p_6 + q_{01} p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 \\
& + q_{01} p_2 p_3 p_4 p_5 q_{06} + q_{01} p_2 p_3 p_4 p_5 q_{s6} + q_{01} p_2 p_3 p_4 q_{05} p_6 + q_{01} p_2 p_3 p_4 q_{05} q_{06} + q_{01} p_2 p_3 p_4 q_{05} q_{s6} \\
& + q_{01} p_2 p_3 p_4 q_{s5} p_6 + q_{01} p_2 p_3 p_4 q_{s5} q_{06} + q_{01} p_2 p_3 p_4 q_{s5} q_{s6} + q_{01} p_2 p_3 q_{04} p_5 p_6 + q_{01} p_2 p_3 q_{04} p_5 q_{06} \\
& + q_{01} p_2 p_3 q_{04} p_5 q_{s6} + q_{01} p_2 p_3 q_{04} q_{05} p_6 + q_{01} p_2 p_3 q_{04} q_{05} q_{s6} + q_{01} p_2 p_3 q_{04} q_{s5} p_6 + q_{01} p_2 p_3 q_{04} q_{s5} q_{06} + \\
& q_{01} p_2 p_3 q_{04} q_{s5} q_{s6} + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} p_5 p_6 + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} p_5 q_{06} + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} p_5 q_{s6} + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} q_{05} p_6 \\
& + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} q_{05} q_{06} + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} q_{05} q_{s6} + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} q_{s5} p_6 + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} q_{s5} q_{06} + q_{01} p_2 p_3 q_{s4} q_{s5} q_{s6} \\
& + q_{01} p_2 q_{03} p_4 p_5 p_6 + q_{01} p_2 q_{03} p_4 p_5 q_{06} + q_{01} p_2 q_{03} p_4 p_5 q_{s6} + q_{01} p_2 q_{03} p_4 q_{05} p_6 + q_{01} p_2 q_{03} p_4 q_{05} q_{06} \\
& + q_{01} p_2 q_{03} p_4 q_{05} q_{s6} + q_{01} p_2 q_{03} p_4 q_{s5} p_6 + q_{01} p_2 q_{03} p_4 q_{s5} q_{06} + q_{01} p_2 q_{03} p_4 q_{s5} q_{s6} + q_{01} p_2 q_{03} q_{04} p_5 p_6 \\
& + q_{01} p_2 q_{03} q_{04} p_5 q_{06} + q_{01} p_2 q_{03} q_{04} p_5 q_{s6} + q_{01} p_2 q_{03} q_{04} q_{05} p_6 + q_{01} p_2 q_{03} q_{04} q_{05} q_{s6} \\
& + q_{01} p_2 q_{03} q_{04} q_{s5} p_6 + q_{01} p_2 q_{03} q_{04} q_{s5} q_{06} + q_{01} p_2 q_{03} q_{04} q_{s5} q_{s6} + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} p_5 p_6 \\
& + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} p_5 q_{06} + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} p_5 q_{s6} + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} q_{05} p_6 + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} q_{05} q_{06} \\
& + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} q_{05} q_{s6} + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} q_{s5} p_6 + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} q_{s5} q_{06} + q_{01} p_2 q_{03} q_{s4} q_{s5} q_{s6} \\
& + q_{01} p_2 q_{s3} p_4 p_5 p_6 + q_{01} p_2 q_{s3} p_4 p_5 q_{06} + q_{01} p_2 q_{s3} p_4 q_{05} p_6 + q_{01} p_2 q_{s3} p_4 q_{05} q_{06} \\
& + q_{01} p_2 q_{s3} q_{04} p_5 p_6 + q_{01} p_2 q_{s3} q_{04} p_5 q_{06} + q_{01} p_2 q_{s3} q_{04} q_{05} p_6 + q_{01} q_{02} p_3 p_4 p_5 p_6 + q_{01} q_{02} p_3 p_4 p_5 q_{06} \\
& + q_{01} q_{02} p_3 p_4 p_5 q_{s6} + q_{01} q_{02} p_3 p_4 q_{05} p_6 + q_{01} q_{02} p_3 p_4 q_{05} q_{06} + q_{01} q_{02} p_3 p_4 q_{05} q_{s6} + q_{01} q_{02} p_3 p_4 q_{s5} p_6 \\
& + q_{01} q_{02} p_3 p_4 q_{s5} q_{06} + q_{01} q_{02} p_3 p_4 q_{s5} q_{s6} + q_{01} q_{02} p_3 q_{04} p_5 p_6 + q_{01} q_{02} p_3 q_{04} p_5 q_{06} \\
& + q_{01} q_{02} p_3 q_{04} p_5 q_{s6} + q_{01} q_{02} p_3 q_{04} q_{05} p_6 + q_{01} q_{02} p_3 q_{04} q_{05} q_{s6} + q_{01} q_{02} p_3 q_{04} q_{s5} p_6 \\
& + q_{01} q_{02} p_3 q_{04} q_{s5} q_{06} + q_{01} q_{02} p_3 q_{04} q_{s5} q_{s6} + q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} p_5 p_6 + q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} p_5 q_{06}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} p_5 q_{s6} + q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} q_{05} p_6 + q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} q_{05} q_{06} + q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} q_{05} q_{s6} \\
& + q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} q_{s5} p_6 + q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} q_{s5} q_{06} + q_{01} q_{02} p_3 q_{s4} q_{s5} q_{s6} + q_{01} q_{02} q_{s3} p_4 p_5 p_6 \\
& + q_{01} q_{02} q_{s3} p_4 p_5 q_{06} + q_{01} q_{02} q_{s3} p_4 q_{05} p_6 + q_{01} q_{02} q_{s3} p_4 q_{05} q_{06} + q_{01} q_{02} q_{s3} q_{04} p_5 p_6 \\
& + q_{01} q_{02} q_{s3} q_{04} p_5 q_{06} + q_{01} q_{02} q_{s3} q_{04} q_{05} p_6 + q_{01} q_{s2} p_3 p_4 p_5 p_6 + q_{01} q_{s2} p_3 p_4 p_5 q_{06} + q_{01} q_{s2} p_3 p_4 q_{05} p_6 \\
& + q_{01} q_{s2} p_3 p_4 q_{05} q_{06} + q_{01} q_{s2} p_3 q_{04} p_5 p_6 + \\
& q_{01} q_{s2} p_3 q_{04} p_5 q_{06} + q_{01} q_{s2} p_3 q_{04} q_{05} p_6 + q_{01} q_{s2} q_{03} p_4 p_5 p_6 + q_{01} q_{s2} q_{03} p_4 p_5 q_{06} + \\
& q_{01} q_{s2} q_{03} p_4 q_{05} p_6 + q_{01} q_{s2} q_{03} p_4 q_{05} q_{06} + q_{01} q_{s2} q_{03} q_{04} p_5 p_6 \\
& + q_{01} q_{s2} q_{03} q_{04} p_5 q_{06} + q_{01} q_{s2} q_{03} q_{04} q_{05} p_6 + q_{01} q_{s2} q_{s3} p_4 p_5 p_6 + q_{01} q_{s2} q_{s3} p_4 p_5 q_{06} \\
& + q_{01} q_{s2} q_{s3} p_4 q_{05} p_6 + q_{01} q_{s2} q_{s3} p_4 q_{05} q_{06} + q_{01} q_{s2} q_{s3} q_{04} p_5 p_6 + q_{01} q_{s2} q_{s3} q_{04} p_5 q_{06} \\
& + q_{01} q_{s2} q_{s3} q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} p_2 p_3 p_4 p_5 p_6 + q_{s1} p_2 p_3 p_4 p_5 q_{06} + q_{s1} p_2 p_3 p_4 q_{05} p_6 + q_{s1} p_2 p_3 p_4 q_{05} q_{06} \\
& + q_{s1} p_2 p_3 q_{04} p_5 p_6 + q_{s1} p_2 p_3 q_{04} p_5 q_{06} + q_{s1} p_2 p_3 q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} p_2 q_{03} p_4 p_5 p_6 + q_{s1} p_2 q_{03} p_4 p_5 q_{06} \\
& + q_{s1} p_2 q_{03} p_4 q_{05} p_6 + q_{s1} p_2 q_{03} p_4 q_{05} q_{06} + q_{s1} p_2 q_{03} q_{04} p_5 p_6 \\
& q_{s1} p_2 q_{03} q_{04} p_5 q_{06} + q_{s1} p_2 q_{03} q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} p_2 q_{s3} p_4 p_5 p_6 + q_{s1} p_2 q_{s3} p_4 p_5 q_{06} + q_{s1} p_2 q_{s3} p_4 q_{05} p_6 + \\
& q_{s1} p_2 q_{s3} p_4 q_{05} q_{06} + q_{s1} p_2 q_{s3} q_{04} p_5 p_6 \\
& + q_{s1} p_2 q_{s3} q_{04} p_5 q_{06} + q_{s1} p_2 q_{s3} q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} q_{02} p_3 p_4 p_5 p_6 + q_{s1} q_{02} p_3 p_4 p_5 q_{06} + q_{s1} q_{02} p_3 p_4 q_{05} p_6 \\
& + q_{s1} q_{02} p_3 p_4 q_{05} q_{06} + q_{s1} q_{02} p_3 q_{04} p_5 p_6 + q_{s1} q_{02} p_3 q_{04} p_5 q_{06} + q_{s1} q_{02} p_3 q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} q_{02} q_{03} p_4 p_5 p_6 \\
& + q_{s1} q_{02} q_{03} p_4 p_5 q_{06} + q_{s1} q_{02} q_{03} p_4 q_{05} p_6 + q_{s1} q_{02} q_{03} p_4 q_{05} q_{06} + q_{s1} q_{02} q_{03} q_{04} p_5 p_6 \\
& + q_{s1} q_{02} q_{03} q_{04} p_5 q_{06} + q_{s1} q_{02} q_{03} q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} q_{02} q_{s3} p_4 p_5 p_6 + q_{s1} q_{02} q_{s3} p_4 p_5 q_{06} \\
& + q_{s1} q_{02} q_{s3} p_4 q_{05} p_6 + q_{s1} q_{02} q_{s3} p_4 q_{05} q_{06} + q_{s1} q_{02} q_{s3} q_{04} p_5 p_6 + q_{s1} q_{02} q_{s3} q_{04} p_5 q_{06} \\
& + q_{s1} q_{02} q_{s3} q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} q_{s2} p_3 p_4 p_5 p_6 + q_{s1} q_{s2} p_3 p_4 p_5 q_{06} + q_{s1} q_{s2} p_3 p_4 q_{05} p_6 \\
& + q_{s1} q_{s2} p_3 p_4 q_{05} q_{06} + q_{s1} q_{s2} p_3 q_{04} p_5 p_6 + q_{s1} q_{s2} p_3 q_{04} p_5 q_{06} + q_{s1} q_{s2} p_3 q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} q_{s2} q_{03} p_4 p_5 p_6 \\
& + q_{s1} q_{s2} q_{03} p_4 p_5 q_{06} + q_{s1} q_{s2} q_{03} p_4 q_{05} p_6 + q_{s1} q_{s2} q_{03} p_4 q_{05} q_{06} + q_{s1} q_{s2} q_{03} q_{04} p_5 p_6 \\
& + q_{s1} q_{s2} q_{03} q_{04} p_5 q_{06} + q_{s1} q_{s2} q_{03} q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} q_{s2} q_{s3} p_4 p_5 p_6 + q_{s1} q_{s2} q_{s3} p_4 p_5 q_{06} \\
& + q_{s1} q_{s2} q_{s3} p_4 q_{05} p_6 + q_{s1} q_{s2} q_{s3} p_4 q_{05} q_{06} + q_{s1} q_{s2} q_{s3} q_{04} p_5 p_6 + q_{s1} q_{s2} q_{s3} q_{04} p_5 q_{06} \\
& + q_{s1} q_{s2} q_{s3} q_{04} q_{05} p_6 + q_{s1} q_{s2} q_{s3} q_{04} q_{05} q_{06}
\end{aligned}$$

$$+ q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} P_6$$

$$R_{SP} =$$

$$(1 - q_{O1}q_{O2}q_{O3})(1 - q_{O4}q_{O5}q_{O6}) - [1 - (1 - q_{S1})(1 - q_{S2})(1 - q_{S3})][1 - (1 - q_{S4})(1 - q_{S5})(1 - q_{S6})]$$

Similarly, the open mode failure paths of the series-parallel network are:

$$\begin{aligned} & N_1 N_2 N_3 O_4 O_5 O_6; N_1 N_2 O_3 O_4 O_5 O_6; N_1 N_2 S_3 O_4 O_5 O_6; N_1 O_2 N_3 O_4 O_5 O_6; N_1 O_2 O_3 O_4 O_5 O_6; \\ & N_1 O_2 S_3 O_4 O_5 O_6; N_1 S_2 N_3 O_4 O_5 O_6; N_1 S_2 O_3 O_4 O_5 O_6; N_1 S_2 S_3 O_4 O_5 O_6; O_1 N_2 N_3 O_4 O_5 O_6; \\ & O_1 N_2 O_3 O_4 O_5 O_6; O_1 N_2 S_3 O_4 O_5 O_6; O_1 O_2 N_3 O_4 O_5 O_6; O_1 O_2 O_3 N_4 N_5 N_6; O_1 O_2 O_3 N_4 N_5 O_6; \\ & O_1 O_2 O_3 N_4 N_5 S_6; O_1 O_2 O_3 N_4 O_5 N_6; O_1 O_2 O_3 N_4 O_5 O_6; O_1 O_2 O_3 N_4 O_5 S_6; O_1 O_2 O_3 N_4 S_5 N_6; \\ & O_1 O_2 O_3 N_4 S_5 O_6; O_1 O_2 O_3 N_4 S_5 S_6; O_1 O_2 O_3 O_4 N_5 N_6; O_1 O_2 O_3 O_4 N_5 O_6; O_1 O_2 O_3 O_4 N_5 S_6; \\ & O_1 O_2 O_3 O_4 O_5 N_6; O_1 O_2 O_3 O_4 O_5 O_6; O_1 O_2 O_3 O_4 O_5 S_6; O_1 O_2 O_3 O_4 S_5 N_6; O_1 O_2 O_3 O_4 S_5 O_6; \\ & O_1 O_2 O_3 O_4 S_5 S_6; O_1 O_2 O_3 S_4 N_5 N_6; O_1 O_2 O_3 S_4 N_5 O_6; O_1 O_2 O_3 S_4 N_5 S_6; O_1 O_2 O_3 S_4 O_5 N_6; \\ & O_1 O_2 O_3 S_4 O_5 O_6; O_1 O_2 O_3 S_4 O_5 S_6; O_1 O_2 O_3 S_4 S_5 N_6; O_1 O_2 O_3 S_4 S_5 O_6; O_1 O_2 O_3 S_4 S_5 S_6; \\ & O_1 O_2 S_3 O_4 O_5 O_6; O_1 S_2 N_3 O_4 O_5 O_6; O_1 S_2 O_3 O_4 O_5 O_6; O_1 S_2 S_3 O_4 O_5 O_6; S_1 N_2 N_3 O_4 O_5 O_6; \\ & S_1 N_2 O_3 O_4 O_5 O_6; S_1 N_2 S_3 O_4 O_5 O_6; S_1 O_2 N_3 O_4 O_5 O_6; S_1 O_2 O_3 O_4 O_5 O_6; S_1 O_2 S_3 O_4 O_5 O_6; \\ & S_1 S_2 N_3 O_4 O_5 O_6; S_1 S_2 O_3 O_4 O_5 O_6; S_1 S_2 S_3 O_4 O_5 O_6. \end{aligned}$$

By utilizing the above paths, the six independent and non-identical unit series-parallel network open mode failure probability is

$$\begin{aligned} Q_{O(SP)} = & P_1 P_2 P_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} + P_1 P_2 q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + P_1 P_2 q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + P_1 q_{S2} P_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} \\ & + P_1 q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + P_1 q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + P_1 q_{O2} P_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} + P_1 q_{O2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} \\ & + P_1 q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} P_2 P_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} P_2 q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} P_2 q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} \\ & + q_{O1} q_{O2} P_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 P_5 P_6 + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 P_5 q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 P_5 q_{S6} \\ & + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 q_{O5} P_6 + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 q_{O5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 q_{S5} P_6 \\ & + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} P_4 q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} P_5 P_6 + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} P_5 q_{O6} \\ & + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} P_5 q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} P_6 + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} \\ & + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} P_6 + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} P_5 P_6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} p_5 q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} p_6 + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} \\
&+q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} \\
&+q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} \\
&+q_{S1} p_2 p_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} p_2 q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} q_{O2} p_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} \\
&+q_{S1} q_{O2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{O6} \\
&+q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{O6}.
\end{aligned}$$

$$Q_{O(SP)} = 1 - (1 - q_{O1}q_{O2}q_{O3})(1 - q_{O4}q_{O5}q_{O6})$$

Finally, the short mode failure paths of the series – parallel network are

$$\begin{aligned}
&N_1 N_2 S_3 N_4 N_5 S_6; N_1 N_2 S_3 N_4 O_5 S_6; N_1 N_2 S_3 N_4 S_5 N_6; N_1 N_2 S_3 N_4 S_5 O_6; N_1 N_2 S_3 N_4 S_5 S_6; \\
&N_1 N_2 S_3 O_4 N_5 S_6; N_1 N_2 S_3 O_4 O_5 S_6; N_1 N_2 S_3 O_4 S_5 N_6; N_1 N_2 S_3 O_4 S_5 O_6; N_1 N_2 S_3 O_4 S_5 S_6; \\
&N_1 N_2 S_3 S_4 N_5 N_6; N_1 N_2 S_3 S_4 N_5 O_6; N_1 N_2 S_3 S_4 N_5 S_6; N_1 N_2 S_3 S_4 O_5 N_6; N_1 N_2 S_3 S_4 O_5 O_6; \\
&N_1 N_2 S_3 S_4 O_5 S_6; N_1 N_2 S_3 S_4 S_5 N_6; N_1 N_2 S_3 S_4 S_5 O_6; N_1 N_2 S_3 S_4 S_5 S_6; N_1 O_2 S_3 N_4 N_5 S_6; \\
&N_1 O_2 S_3 N_4 O_5 S_6; N_1 O_2 S_3 N_4 S_5 N_6; N_1 O_2 S_3 N_4 S_5 O_6; N_1 O_2 S_3 N_4 S_5 S_6; N_1 O_2 S_3 O_4 N_5 S_6; \\
&N_1 O_2 S_3 O_4 O_5 S_6; N_1 O_2 S_3 O_4 S_5 N_6; N_1 O_2 S_3 O_4 S_5 O_6; N_1 O_2 S_3 O_4 S_5 S_6; N_1 O_2 S_3 S_4 N_5 N_6; \\
&N_1 O_2 S_3 S_4 N_5 O_6; N_1 O_2 S_3 S_4 N_5 S_6; N_1 O_2 S_3 S_4 O_5 N_6; N_1 O_2 S_3 S_4 O_5 O_6; N_1 O_2 S_3 S_4 O_5 S_6; \\
&N_1 O_2 S_3 S_4 S_5 N_6; N_1 O_2 S_3 S_4 S_5 O_6; N_1 O_2 S_3 S_4 S_5 S_6; N_1 S_2 N_3 N_4 N_5 S_6; N_1 S_2 N_3 N_4 O_5 S_6; \\
&N_1 S_2 N_3 N_4 S_5 N_6; N_1 S_2 N_3 N_4 S_5 O_6; N_1 S_2 N_3 N_4 S_5 S_6; N_1 S_2 N_3 O_4 N_5 S_6; N_1 S_2 N_3 O_4 O_5 S_6; \\
&N_1 S_2 N_3 O_4 S_5 N_6; N_1 S_2 N_3 O_4 S_5 O_6; N_1 S_2 N_3 O_4 S_5 S_6; N_1 S_2 N_3 S_4 N_5 N_6; N_1 S_2 N_3 S_4 N_5 O_6; \\
&N_1 S_2 N_3 S_4 N_5 S_6; N_1 S_2 N_3 S_4 O_5 N_6; N_1 S_2 N_3 S_4 O_5 O_6; N_1 S_2 N_3 S_4 O_5 S_6; N_1 S_2 N_3 S_4 S_5 N_6; \\
&N_1 S_2 N_3 S_4 S_5 O_6; N_1 S_2 N_3 S_4 S_5 S_6; N_1 S_2 O_3 N_4 N_5 S_6; N_1 S_2 O_3 N_4 O_5 S_6; N_1 S_2 O_3 N_4 S_5 N_6; \\
&N_1 S_2 O_3 N_4 S_5 O_6; N_1 S_2 O_3 N_4 S_5 S_6; N_1 S_2 O_3 O_4 N_5 S_6; N_1 S_2 O_3 O_4 O_5 S_6; N_1 S_2 O_3 O_4 S_5 N_6; \\
&N_1 S_2 O_3 O_4 S_5 O_6; N_1 S_2 O_3 O_4 S_5 S_6; N_1 S_2 O_3 S_4 N_5 N_6; N_1 S_2 O_3 S_4 N_5 O_6; N_1 S_2 O_3 S_4 N_5 S_6; \\
&N_1 S_2 O_3 S_4 O_5 N_6; N_1 S_2 O_3 S_4 O_5 O_6; N_1 S_2 O_3 S_4 O_5 S_6; N_1 S_2 O_3 S_4 S_5 N_6; N_1 S_2 O_3 S_4 S_5 O_6; \\
&N_1 S_2 O_3 S_4 S_5 S_6; N_1 S_2 S_3 N_4 N_5 S_6; N_1 S_2 S_3 N_4 O_5 S_6; N_1 S_2 S_3 N_4 S_5 N_6; N_1 S_2 S_3 N_4 S_5 O_6; \\
&N_1 S_2 S_3 N_4 S_5 S_6; N_1 S_2 S_3 O_4 N_5 S_6; N_1 S_2 S_3 O_4 O_5 S_6; N_1 S_2 S_3 O_4 S_5 N_6; N_1 S_2 S_3 O_4 S_5 O_6;
\end{aligned}$$

$N_1 S_2 S_3 O_4 S_5 S_6; N_1 S_2 S_3 S_4 N_5 N_6; N_1 S_2 S_3 S_4 N_5 O_6; N_1 S_2 S_3 S_4 N_5 S_6; N_1 S_2 S_3 S_4 O_5 N_6;$
 $N_1 S_2 S_3 S_4 O_5 O_6; N_1 S_2 S_3 S_4 O_5 S_6; N_1 S_2 S_3 S_4 S_5 N_6; N_1 S_2 S_3 S_4 S_5 O_6; N_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6;$
 $O_1 N_2 S_3 N_4 N_5 S_6; O_1 N_2 S_3 N_4 O_5 S_6; O_1 N_2 S_3 N_4 S_5 N_6; O_1 N_2 S_3 N_4 S_5 O_6; O_1 N_2 S_3 N_4 S_5 S_6;$
 $O_1 N_2 S_3 O_4 N_5 S_6; O_1 N_2 S_3 O_4 O_5 S_6; O_1 N_2 S_3 O_4 S_5 N_6; O_1 N_2 S_3 O_4 S_5 O_6; O_1 N_2 S_3 O_4 S_5 S_6;$
 $O_1 N_2 S_3 S_4 N_5 N_6; O_1 N_2 S_3 S_4 N_5 O_6; O_1 N_2 S_3 S_4 N_5 S_6; O_1 N_2 S_3 S_4 O_5 N_6; O_1 N_2 S_3 S_4 O_5 O_6;$
 $O_1 N_2 S_3 S_4 O_5 S_6; O_1 N_2 S_3 S_4 S_5 N_6; O_1 N_2 S_3 S_4 S_5 O_6; O_1 N_2 S_3 S_4 S_5 S_6; O_1 O_2 S_3 N_4 N_5 S_6;$
 $O_1 O_2 S_3 N_4 O_5 S_6; O_1 O_2 S_3 N_4 S_5 N_6; O_1 O_2 S_3 N_4 S_5 O_6; O_1 O_2 S_3 N_4 S_5 S_6; O_1 O_2 S_3 O_4 N_5 S_6;$
 $O_1 O_2 S_3 O_4 O_5 S_6; O_1 O_2 S_3 O_4 S_5 N_6; O_1 O_2 S_3 O_4 S_5 O_6; O_1 O_2 S_3 O_4 S_5 S_6; O_1 O_2 S_3 S_4 N_5 N_6;$
 $O_1 O_2 S_3 S_4 N_5 O_6; O_1 O_2 S_3 S_4 N_5 S_6; O_1 O_2 S_3 S_4 O_5 N_6; O_1 O_2 S_3 S_4 O_5 O_6; O_1 O_2 S_3 S_4 O_5 S_6;$
 $O_1 O_2 S_3 S_4 S_5 N_6; O_1 O_2 S_3 S_4 S_5 O_6; O_1 O_2 S_3 S_4 S_5 S_6; O_1 S_2 N_3 N_4 N_5 S_6; O_1 S_2 N_3 N_4 O_5 S_6;$
 $O_1 S_2 N_3 N_4 S_5 N_6; O_1 S_2 N_3 N_4 S_5 O_6; O_1 S_2 N_3 N_4 S_5 S_6; O_1 S_2 N_3 O_4 N_5 S_6; O_1 S_2 N_3 O_4 O_5 S_6;$
 $O_1 S_2 N_3 O_4 S_5 N_6; O_1 S_2 N_3 O_4 S_5 O_6; O_1 S_2 N_3 O_4 S_5 S_6; O_1 S_2 N_3 S_4 N_5 N_6; O_1 S_2 N_3 S_4 N_5 O_6;$
 $O_1 S_2 N_3 S_4 N_5 S_6; O_1 S_2 N_3 S_4 O_5 N_6; O_1 S_2 N_3 S_4 O_5 O_6; O_1 S_2 N_3 S_4 O_5 S_6; O_1 S_2 N_3 S_4 S_5 N_6;$
 $O_1 S_2 N_3 S_4 S_5 O_6; O_1 S_2 N_3 S_4 S_5 S_6; O_1 S_2 O_3 N_4 N_5 S_6; O_1 S_2 O_3 N_4 O_5 S_6; O_1 S_2 O_3 N_4 S_5 N_6;$
 $O_1 S_2 O_3 N_4 S_5 O_6; O_1 S_2 O_3 N_4 S_5 S_6; O_1 S_2 O_3 O_4 N_5 S_6; O_1 S_2 O_3 O_4 O_5 S_6; O_1 S_2 O_3 O_4 S_5 N_6;$
 $O_1 S_2 O_3 O_4 S_5 O_6; O_1 S_2 O_3 O_4 S_5 S_6; O_1 S_2 O_3 S_4 N_5 N_6; O_1 S_2 O_3 S_4 N_5 O_6; O_1 S_2 O_3 S_4 N_5 S_6;$
 $O_1 S_2 O_3 S_4 O_5 N_6; O_1 S_2 O_3 S_4 O_5 O_6; O_1 S_2 O_3 S_4 O_5 S_6; O_1 S_2 O_3 S_4 S_5 N_6; O_1 S_2 O_3 S_4 S_5 O_6;$
 $O_1 S_2 O_3 S_4 S_5 S_6; O_1 S_2 S_3 N_4 N_5 S_6; O_1 S_2 S_3 N_4 O_5 S_6; O_1 S_2 S_3 N_4 S_5 N_6; O_1 S_2 S_3 N_4 S_5 O_6;$
 $O_1 S_2 S_3 N_4 S_5 S_6; O_1 S_2 S_3 O_4 N_5 S_6; O_1 S_2 S_3 O_4 O_5 S_6; O_1 S_2 S_3 O_4 S_5 N_6; O_1 S_2 S_3 O_4 S_5 O_6;$
 $O_1 S_2 S_3 O_4 S_5 S_6; O_1 S_2 S_3 S_4 N_5 N_6; O_1 S_2 S_3 S_4 N_5 O_6; O_1 S_2 S_3 S_4 N_5 S_6; O_1 S_2 S_3 S_4 O_5 N_6;$
 $O_1 S_2 S_3 S_4 O_5 O_6; O_1 S_2 S_3 S_4 O_5 S_6; O_1 S_2 S_3 S_4 S_5 N_6; O_1 S_2 S_3 S_4 S_5 O_6; O_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6;$
 $S_1 N_2 N_3 N_4 N_5 S_6; S_1 N_2 N_3 N_4 O_5 S_6; S_1 N_2 N_3 N_4 S_5 N_6; S_1 N_2 N_3 N_4 S_5 O_6; S_1 N_2 N_3 N_4 S_5 S_6;$
 $S_1 N_2 N_3 O_4 N_5 S_6; S_1 N_2 N_3 O_4 O_5 S_6; S_1 N_2 N_3 O_4 S_5 N_6; S_1 N_2 N_3 O_4 S_5 O_6; S_1 N_2 N_3 O_4 S_5 S_6;$
 $S_1 N_2 N_3 S_4 N_5 N_6; S_1 N_2 N_3 S_4 N_5 O_6; S_1 N_2 N_3 S_4 N_5 S_6; S_1 N_2 N_3 S_4 O_5 N_6; S_1 N_2 N_3 S_4 O_5 O_6;$
 $S_1 N_2 N_3 S_4 O_5 S_6; S_1 N_2 N_3 S_4 S_5 N_6; S_1 N_2 N_3 S_4 S_5 O_6; S_1 N_2 N_3 S_4 S_5 S_6; S_1 N_2 O_3 N_4 N_5 S_6;$

$S_1 N_2 O_3 N_4 O_5 S_6$; $S_1 N_2 O_3 N_4 S_5 N_6$; $S_1 N_2 O_3 N_4 S_5 O_6$; $S_1 N_2 O_3 N_4 S_5 S_6$; $S_1 N_2 O_3 O_4 N_5 S_6$;
 $S_1 N_2 O_3 O_4 O_5 S_6$; $S_1 N_2 O_3 O_4 S_5 N_6$; $S_1 N_2 O_3 O_4 S_5 O_6$; $S_1 N_2 O_3 O_4 S_5 S_6$; $S_1 N_2 O_3 S_4 N_5 N_6$;
 $S_1 N_2 O_3 S_4 N_5 O_6$; $S_1 N_2 O_3 S_4 N_5 S_6$; $S_1 N_2 O_3 S_4 O_5 N_6$; $S_1 N_2 O_3 S_4 O_5 O_6$; $S_1 N_2 O_3 S_4 O_5 S_6$;
 $S_1 N_2 O_3 S_4 S_5 N_6$; $S_1 N_2 O_3 S_4 S_5 O_6$; $S_1 N_2 O_3 S_4 S_5 S_6$; $S_1 N_2 S_3 N_4 N_5 S_6$; $S_1 N_2 S_3 N_4 O_5 S_6$;
 $S_1 N_2 S_3 N_4 S_5 N_6$; $S_1 N_2 S_3 N_4 S_5 O_6$; $S_1 N_2 S_3 N_4 S_5 S_6$; $S_1 N_2 S_3 O_4 N_5 S_6$; $S_1 N_2 S_3 O_4 O_5 S_6$;
 $S_1 N_2 S_3 O_4 S_5 N_6$; $S_1 N_2 S_3 O_4 S_5 O_6$; $S_1 N_2 S_3 O_4 S_5 S_6$; $S_1 N_2 S_3 S_4 N_5 N_6$; $S_1 N_2 S_3 S_4 N_5 O_6$;
 $S_1 N_2 S_3 S_4 N_5 S_6$; $S_1 N_2 S_3 S_4 O_5 N_6$; $S_1 N_2 S_3 S_4 O_5 O_6$; $S_1 N_2 S_3 S_4 O_5 S_6$; $S_1 N_2 S_3 S_4 S_5 N_6$;
 $S_1 N_2 S_3 S_4 S_5 O_6$; $S_1 N_2 S_3 S_4 S_5 S_6$; $S_1 O_2 N_3 N_4 N_5 S_6$; $S_1 O_2 N_3 N_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 N_3 N_4 S_5 N_6$;
 $S_1 O_2 N_3 N_4 S_5 O_6$; $S_1 O_2 N_3 N_4 S_5 S_6$; $S_1 O_2 N_3 O_4 N_5 S_6$; $S_1 O_2 N_3 O_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 N_3 O_4 S_5 N_6$;
 $S_1 O_2 N_3 O_4 S_5 O_6$; $S_1 O_2 N_3 O_4 S_5 S_6$; $S_1 O_2 N_3 S_4 N_5 N_6$; $S_1 O_2 N_3 S_4 N_5 O_6$; $S_1 O_2 N_3 S_4 N_5 S_6$;
 $S_1 O_2 N_3 S_4 O_5 N_6$; $S_1 O_2 N_3 S_4 O_5 O_6$; $S_1 O_2 N_3 S_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 N_3 S_4 S_5 N_6$; $S_1 O_2 N_3 S_4 S_5 O_6$;
 $S_1 O_2 N_3 S_4 S_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 N_4 N_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 N_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 N_4 S_5 N_6$; $S_1 O_2 O_3 N_4 S_5 O_6$;
 $S_1 O_2 O_3 N_4 S_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 O_4 N_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 O_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 O_4 S_5 N_6$; $S_1 O_2 O_3 O_4 S_5 O_6$;
 $S_1 O_2 O_3 O_4 S_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 S_4 N_5 N_6$; $S_1 O_2 O_3 S_4 N_5 O_6$; $S_1 O_2 O_3 S_4 N_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 S_4 O_5 N_6$;
 $S_1 O_2 O_3 S_4 O_5 O_6$; $S_1 O_2 O_3 S_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 O_3 S_4 S_5 N_6$; $S_1 O_2 O_3 S_4 S_5 O_6$; $S_1 O_2 O_3 S_4 S_5 S_6$;
 $S_1 O_2 S_3 N_4 N_5 S_6$; $S_1 O_2 S_3 N_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 S_3 N_4 S_5 N_6$; $S_1 O_2 S_3 N_4 S_5 O_6$; $S_1 O_2 S_3 N_4 S_5 S_6$;
 $S_1 O_2 S_3 O_4 N_5 S_6$; $S_1 O_2 S_3 O_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 S_3 O_4 S_5 N_6$; $S_1 O_2 S_3 O_4 S_5 O_6$; $S_1 O_2 S_3 O_4 S_5 S_6$;
 $S_1 O_2 S_3 S_4 N_5 N_6$; $S_1 O_2 S_3 S_4 N_5 O_6$; $S_1 O_2 S_3 S_4 N_5 S_6$; $S_1 O_2 S_3 S_4 O_5 N_6$; $S_1 O_2 S_3 S_4 O_5 O_6$;
 $S_1 O_2 S_3 S_4 O_5 S_6$; $S_1 O_2 S_3 S_4 S_5 N_6$; $S_1 O_2 S_3 S_4 S_5 O_6$; $S_1 O_2 S_3 S_4 S_5 S_6$; $S_1 S_2 N_3 N_4 N_5 S_6$;
 $S_1 S_2 N_3 N_4 O_5 S_6$; $S_1 S_2 N_3 N_4 S_5 N_6$; $S_1 S_2 N_3 N_4 S_5 O_6$; $S_1 S_2 N_3 N_4 S_5 S_6$; $S_1 S_2 N_3 O_4 N_5 S_6$;
 $S_1 S_2 N_3 O_4 O_5 S_6$; $S_1 S_2 N_3 O_4 S_5 N_6$; $S_1 S_2 N_3 O_4 S_5 O_6$; $S_1 S_2 N_3 O_4 S_5 S_6$; $S_1 S_2 N_3 S_4 N_5 N_6$;
 $S_1 S_2 N_3 S_4 N_5 O_6$; $S_1 S_2 N_3 S_4 N_5 S_6$; $S_1 S_2 N_3 S_4 O_5 N_6$; $S_1 S_2 N_3 S_4 O_5 O_6$; $S_1 S_2 N_3 S_4 O_5 S_6$;
 $S_1 S_2 N_3 S_4 S_5 N_6$; $S_1 S_2 N_3 S_4 S_5 O_6$; $S_1 S_2 N_3 S_4 S_5 S_6$; $S_1 S_2 O_3 N_4 N_5 S_6$; $S_1 S_2 O_3 N_4 O_5 S_6$;
 $S_1 S_2 O_3 N_4 S_5 N_6$; $S_1 S_2 O_3 N_4 S_5 O_6$; $S_1 S_2 O_3 N_4 S_5 S_6$; $S_1 S_2 O_3 O_4 N_5 S_6$; $S_1 S_2 O_3 O_4 O_5 S_6$;
 $S_1 S_2 O_3 O_4 S_5 N_6$; $S_1 S_2 O_3 O_4 S_5 O_6$; $S_1 S_2 O_3 O_4 S_5 S_6$; $S_1 S_2 O_3 S_4 N_5 N_6$; $S_1 S_2 O_3 S_4 N_5 O_6$

$S_1 S_2 O_3 S_4 N_5 S_6; S_1 S_2 O_3 S_4 O_5 N_6; S_1 S_2 O_3 S_4 O_5 O_6; S_1 S_2 O_3 S_4 O_5 S_6; S_1 S_2 O_3 S_4 S_5 N_6;$
 $S_1 S_2 O_3 S_4 S_5 O_6; S_1 S_2 O_3 S_4 S_5 S_6; S_1 S_2 S_3 N_4 N_5 S_6; S_1 S_2 S_3 N_4 O_5 S_6; S_1 S_2 S_3 N_4 S_5 N_6;$
 $S_1 S_2 S_3 N_4 S_5 O_6; S_1 S_2 S_3 N_4 S_5 S_6; S_1 S_2 S_3 O_4 N_5 S_6; S_1 S_2 S_3 O_4 O_5 S_6; S_1 S_2 S_3 O_4 S_5 N_6;$
 $S_1 S_2 S_3 O_4 S_5 O_6; S_1 S_2 S_3 O_4 S_5 S_6; S_1 S_2 S_3 S_4 N_5 N_6; S_1 S_2 S_3 S_4 N_5 O_6; S_1 S_2 S_3 S_4 N_5 S_6;$
 $S_1 S_2 S_3 S_4 O_5 N_6; S_1 S_2 S_3 S_4 O_5 O_6; S_1 S_2 S_3 S_4 O_5 S_6; S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 N_6; S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 O_6;$
 $S_1 S_2 S_3 S_4 S_5 S_6.$

With the aid of these short mode failure paths, the series-parallel network short mode failure probability is

$$\begin{aligned}
 Q_{S(SP)} = & p_1 p_2 q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} p_4 q_{O5} q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 + p_1 p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} q_{O6} \\
 & + p_1 p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{O4} p_5 q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{O4} q_{S5} p_6 + p_1 p_2 q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} \\
 & + p_1 p_2 q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 p_6 + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 q_{O6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} q_{O5} p_6 \\
 & + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + p_1 p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} \\
 & + p_1 q_{O2} q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} + p_1 q_{O2} q_{S3} p_4 q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 + p_1 q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{O6} + p_1 q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6} \\
 & + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{O4} p_5 q_{S6} + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} p_6 + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} \\
 & + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 p_6 + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{O6} + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} \\
 & + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} p_6 + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 \\
 & + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + p_1 q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{S2} p_3 p_4 p_5 q_{S6} + p_1 q_{S2} p_3 p_4 q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} p_6 \\
 & + p_1 q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} q_{O6} + p_1 q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{S2} p_3 q_{O4} p_5 q_{S6} + p_1 q_{S2} p_3 q_{O4} q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} p_6 \\
 & + p_1 q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} q_{O6} + p_1 q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 p_6 + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 q_{O6} + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 q_{S6} \\
 & + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} p_6 + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} q_{O6} + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} p_6 + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{O6} \\
 & + p_1 q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{O3} p_4 p_5 q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{O3} p_4 q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} p_6 + p_1 q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} q_{O6} \\
 & + p_1 q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{O4} p_5 q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} p_6 \\
 & + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 p_6 + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 q_{O6} \\
 & + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} p_6 + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} \\
 & + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} p_6 + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + p_1 q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} \\
 & + p_1 q_{S2} q_{S3} p_4 q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 + p_1 q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{O6} + p_1 q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{O4} p_5 q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} p_6 + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} \\
& + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 p_6 + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{O6} + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} \\
& + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} p_6 + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 \\
& + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + p_1 q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{O1} p_2 q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} + q_{O1} p_2 q_{S3} p_4 q_{O5} q_{S6} \\
& + q_{O1} p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 + q_{O1} p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} q_{O6} + q_{O1} p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{O4} p_5 q_{S6} \\
& + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{O4} q_{S5} p_6 + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 p_6 + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 q_{O6} + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{O5} p_6 \\
& + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} \\
& + q_{O1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} p_4 q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 \\
& + q_{O1} q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} \\
& + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 p_6 \\
& + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} p_6 + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} \\
& + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{O1} q_{S2} p_3 p_4 p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{S2} p_3 p_4 q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{O4} p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} q_{O6} \\
& + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 p_6 + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 q_{O6} + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 q_{S6} \\
& + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} p_6 + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} p_6 \\
& + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} p_4 p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} p_4 q_{O5} q_{S6} \\
& + q_{O1} q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} p_5 q_{S6} \\
& + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 p_6 + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 q_{O6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} p_6 \\
& + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} \\
& + q_{O1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} p_4 q_{O5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 \\
& + q_{O1} q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} p_5 q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} \\
& + q_{O1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} p_6 + q_{O1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + q_{O1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 p_6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +q_{01} q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{06} + q_{01} q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{01} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{05} p_6 + q_{01} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{05} q_{06} \\
& + q_{01} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{05} q_{S6} + q_{01} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{01} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{06} + q_{01} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{S1} p_2 p_3 p_4 p_5 q_{S6} + q_{S1} p_2 p_3 p_4 q_{05} q_{S6} + q_{S1} p_2 p_3 p_4 q_{S5} p_6 + q_{S1} p_2 p_3 p_4 q_{S5} q_{06} \\
& + q_{S1} p_2 p_3 p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{S1} p_2 p_3 q_{04} p_5 q_{S6} + q_{S1} p_2 p_3 q_{04} q_{05} q_{S6} + q_{S1} p_2 p_3 q_{04} q_{S5} p_6 \\
& + q_{S1} p_2 p_3 q_{04} q_{S5} q_{06} + q_{S1} p_2 p_3 q_{04} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} p_5 p_6 + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} p_5 q_{06} \\
& + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} q_{05} p_6 + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} q_{05} q_{06} + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} q_{05} q_{S6} \\
& + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} q_{S5} q_{06} + q_{S1} p_2 p_3 q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{03} p_4 p_5 q_{S6} \\
& + q_{S1} p_2 q_{03} p_4 q_{05} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{03} p_4 q_{S5} p_6 + q_{S1} p_2 q_{03} p_4 q_{S5} q_{06} + q_{S1} p_2 q_{03} p_4 q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{S1} p_2 q_{03} q_{04} p_5 q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{03} q_{04} q_{05} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{03} q_{04} q_{S5} p_6 + q_{S1} p_2 q_{03} q_{04} q_{S5} q_{06} \\
& + q_{S1} p_2 q_{03} q_{04} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} p_5 p_6 + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} p_5 q_{06} + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} p_5 q_{S6} \\
& + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} q_{05} p_6 + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} q_{05} q_{06} + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} q_{05} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} q_{S5} p_6 \\
& + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} q_{S5} q_{06} + q_{S1} p_2 q_{03} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{S3} p_4 q_{05} q_{S6} \\
& + q_{S1} p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 + q_{S1} p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} q_{06} + q_{S1} p_2 q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{04} p_5 q_{S6} \\
& + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{04} q_{05} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{04} q_{S5} p_6 + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{04} q_{S5} q_{06} + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{04} q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 p_6 + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 q_{06} + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{05} p_6 \\
& + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{05} q_{06} + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{05} q_{S6} + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{06} \\
& + q_{S1} p_2 q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{02} p_3 p_4 p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{02} p_3 p_4 q_{05} q_{S6} + q_{S1} q_{02} p_3 p_4 q_{S5} p_6 \\
& + q_{S1} q_{02} p_3 p_4 q_{S5} q_{06} + q_{S1} q_{02} p_3 p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{02} p_3 q_{04} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{02} p_3 q_{04} q_{05} q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{02} p_3 q_{04} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{02} p_3 q_{04} q_{S5} q_{06} + q_{S1} q_{02} p_3 q_{04} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} p_5 p_6 \\
& + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} p_5 q_{06} + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} q_{05} p_6 + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} q_{05} q_{06} \\
& + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} q_{05} q_{S6} + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{06} + q_{S1} q_{02} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{02} q_{03} p_4 p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{02} q_{03} p_4 q_{05} q_{S6} + q_{S1} q_{02} q_{03} p_4 q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{02} q_{03} p_4 q_{S5} q_{06} \\
& + q_{S1} q_{02} q_{03} p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{04} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{04} q_{05} q_{S6} + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{04} q_{S5} p_6 \\
& + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{04} q_{S5} q_{06} + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{04} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{S4} p_5 p_6 + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{S4} p_5 q_{06} \\
& + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{S4} q_{05} p_6 + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{S4} q_{05} q_{06} + q_{S1} q_{02} q_{03} q_{S4} q_{05} q_{S6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +q_{S1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{O2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{O2} q_{S3} p_4 q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} \\
& + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 p_6 + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{O6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} p_6 + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 \\
& + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{O2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} p_3 p_4 p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{S2} p_3 p_4 q_{O5} q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} p_3 p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{O4} p_5 q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{O4} q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 p_6 + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 q_{O6} + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} p_6 \\
& + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{O6} \\
& + q_{S1} q_{S2} p_3 q_{S4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} p_4 p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} p_4 q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} p_6 \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 p_6 \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 q_{O6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} p_6 + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} q_{O3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{S3} p_4 p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} p_4 q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{O6} \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{S3} p_4 q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{O5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} p_6 \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{O4} q_{S5} q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 p_6 + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{O6} \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} p_5 q_{S6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} p_6 + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{O5} q_{S6} \\
& + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} p_6 + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{O6} + q_{S1} q_{S2} q_{S3} q_{S4} q_{S5} q_{S6} .
\end{aligned}$$

$$Q_{S(SP)} = [1 - (1 - q_{S1})(1 - q_{S2})(1 - q_{S3})][1 - (1 - q_{S4})(1 - q_{S5})(1 - q_{S6})]$$

Reference:

1. A method to evaluate Reliability of three state device networks. Balbir S. Dhillon and Subramanyam N. Rayapati, Microelectron reliability, Vol.26, No.3,pp.535-554,1986.